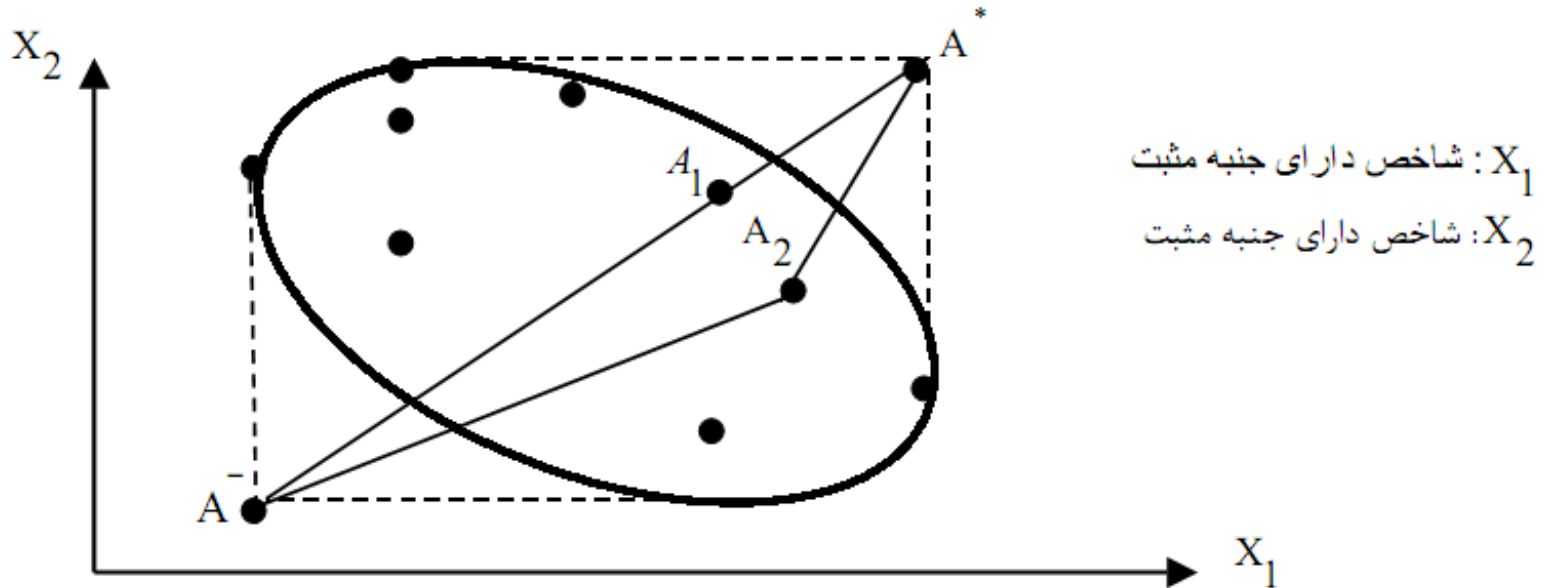


TOPSIS

(یکی از روشهای تصمیم گیری چند شاخصه)

❖ روش TOPSIS در سال ۱۹۸۱ توسط هوانگ و یون ارایه گردید.

❖ TOPSIS بر این مفهوم استوار است که گزینه انتخابی باید کمترین فاصله را با راه حل ایده آل مثبت و کمترین فاصله را با راه حل ایده آل منفی داشته باشد.



❖ در این روش m گزینه به وسیله n شاخص مورد ارزیابی قرار میگیرند و هر مساله را می توان به عنوان یک سیستم هندسی شامل m نقطه در یک فضای n بعدی در نظر گرفت.

این روش دارای ۶ گام است:

گام صفر: به دست آوردن ماتریس تصمیم

❖ در این روش ماتریس تصمیمی ارزیابی میشود که شامل m گزینه و n شاخص است.

$$D = \begin{matrix} & X_1 & X_2 & \dots & X_j & \dots & X_n \\ A_1 & X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1j} & \dots & X_{1n} \\ A_2 & X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2j} & \dots & X_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ A_i & X_{i1} & X_{i2} & \dots & X_{ij} & \dots & X_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ A_m & X_{m1} & X_{m2} & \dots & X_{mj} & \dots & X_{mn} \end{matrix}$$

▪ A_i : گزینه i ام

▪ X_{ij} : مقدار عددی بدست آمده از

گزینه i ام با شاخص j ام

❖ در این ماتریس شاخصی که دارای مطلوبیت مثبت است، شاخص سود و شاخصی که دارای مطلوبیت منفی است، شاخص هزینه می باشد.

گام اول: نرمالایز کردن ماتریس تصمیم

❖ در این گام مقیاسهای موجود در ماتریس تصمیم را بدون مقیاس می کنیم. به این ترتیب که هر کدام از مقادیر بر اندازه بردار مربوط به همان شاخص تقسیم می شود.

❖ در نتیجه هر درایه r_{ij} از رابطه زیر به دست می آید:

$$r_{ij} = \frac{X_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m X_{ij}^2}}$$

گام دوم: وزن دهی به ماتریس نرمالایز شده:

❖ ماتریس تصمیم در واقع پارامتری است و لازم است کمی شود، به این منظور تصمیم گیرنده برای هر شاخص وزنی را معین میکند.

❖ مجموعه وزنها (w) در ماتریس نرمالایز شده (R) ضرب میشود.

$$W = (w_1, w_2, \dots, w_j, \dots, w_n)$$

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1$$

❖ با توجه به اینکه ماتریس W_{n*1} قابل ضرب در ماتریس تصمیم نرمالایز شده ($n*n$) نیست، قبل از ضرب باید ماتریس وزن را به یک ماتریس قطری W_{n*n} تبدیل نمود. (وزنها روی قطر اصلی)

گام سوم: تعیین راه حل ایده آل و راه حل ایده آل منفی:

❖ دو گزینه مجازی A^* و A^- را به صورت‌های زیر تعریف می‌کنیم:

$$A^* = \left\{ \left(\max_i v_{ij} | j \in J \right) \text{ و } \left(\min_i v_{ij} | j \in J' \right) \mid i = 1 \text{ و } 2 \text{ و } \dots \text{ و } m \right\} = \{v_1^* \text{ و } v_2^* \text{ و } \dots \text{ و } v_j^* \text{ و } \dots \text{ و } v_n^*\}$$

گزینه ایده آل مثبت

$$A^- = \left\{ \left(\min_i v_{ij} | j \in J \right) \text{ و } \left(\max_i v_{ij} | j \in J' \right) \mid i = 1 \text{ و } 2 \text{ و } \dots \text{ و } m \right\} = \{v_1^- \text{ و } v_2^- \text{ و } \dots \text{ و } v_j^- \text{ و } \dots \text{ و } v_n^-\}$$

گزینه ایده آل منفی

$$z \mapsto J = \{j = 1, 2, 3, \dots, n\}$$

های مربوط به شاخص سود

$$z \mapsto J' = \{j = 1, 2, 3, \dots, n\}$$

های مربوط به شاخص هزینه

❖ دو گزینه مجازی ایجاد شده در واقع بدترین و بهترین راه حل هستند.

گام چهارم: به دست آوردن اندازه فاصله ها

❖ فاصله بین هر گزینه n بعدی را از روش اقلیدسی می سنجیم. یعنی فاصله گزینه i را از گزینه های ایده آل مثبت و منفی می یابیم .

$$S_{i^*} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^*)^2} \quad i = 1, 2, 3, \dots, m$$

$$S_{i^-} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^-)^2} \quad i = 1, 2, 3, \dots, m$$

*

گام پنجم: محاسبه نزدیکی نسبی به راه حل ایده آل

❖ این معیار از طریق فرمول زیر به دست می آید:

$$C_{i^*} = \frac{S_{i^-}}{S_{i^*} + S_{i^-}} \quad 0 < C_{i^*} < 1$$

ملاحظه می شود که اگر $A_i = A^*$ آنگاه $C_{i^*} = 1$ و اگر $A_i = A^-$ آنگاه $C_{i^*} = 0$

❖ مشخص است که هر چه فاصله گزینه A_i از راه حل ایده آل کمتر باشد نزدیکی نسبی به ۱ نزدیکتر خواهد بود.

گام ششم: رتبه بندی گزینه ها

❖ نهایتاً گزینه ها را بر اساس ترتیب نزولی رتبه بندی می کنیم .

❖ مثال عددی (مسئله انتخاب هواپیمای جنگنده)

$$D = \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{matrix} \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & X_3 & X_4 & X_5 & X_6 \\ 2 & 1500 & 20000 & 5.5 & 5 & 9 \\ 2.5 & 2700 & 18000 & 6.5 & 3 & 5 \\ 1.8 & 2000 & 21000 & 4.5 & 7 & 7 \\ 2.2 & 1800 & 20000 & 5 & 5 & 5 \end{bmatrix}$$

❖ همه شاخص ها مربوط به سود هستند بجز شاخص X_4 .

(1) نرمالایز کردن ماتریس تصمیم:

$$R = \begin{bmatrix} 0.4671 & 0.3662 & 0.5056 & 0.5063 & 0.4811 & 0.6708 \\ 0.5839 & 0.6591 & 0.4550 & 0.5983 & 0.2887 & 0.3727 \\ 0.4204 & 0.4882 & 0.5308 & 0.4143 & 0.6736 & 0.5217 \\ 0.5139 & 0.4392 & 0.5056 & 0.4603 & 0.4811 & 0.3727 \end{bmatrix}$$

(2) وزن دادن به ماتریس تصمیم:

$$W = (w_1 \text{ و } w_2 \text{ و } w_3 \text{ و } w_4 \text{ و } w_5 \text{ و } w_6) = (0.2 \text{ و } 0.1 \text{ و } 0.1 \text{ و } 0.1 \text{ و } 0.2 \text{ و } 0.3)$$

$$V = \begin{bmatrix} 0.0934 & 0.0366 & 0.0506 & 0.0506 & 0.0962 & 0.2012 \\ 0.1168 & 0.0659 & 0.0455 & 0.0598 & 0.0577 & 0.1118 \\ 0.0841 & 0.0488 & 0.0531 & 0.0414 & 0.1347 & 0.1565 \\ 0.1028 & 0.0439 & 0.0506 & 0.0460 & 0.0962 & 0.1118 \end{bmatrix}$$

(3) تعیین راه حل ایده ال و ایده ال منفی:

$$A^* = \left(\begin{array}{cccccc} \max v_{i1} & \max v_{i2} & \max v_{i3} & \min v_{i4} & \max v_{i5} & \max v_{i6} \\ i & i & i & i & i & i \end{array} \right)$$
$$= (0.1168, 0.0659, 0.0531, 0.0414, 0.1347, 0.2012)$$

$$A^- = \left(\begin{array}{cccccc} \min v_{i1} & \min v_{i2} & \min v_{i3} & \max v_{i4} & \min v_{i5} & \min v_{i6} \\ i & i & i & i & i & i \end{array} \right)$$
$$= (0.0841, 0.0366, 0.0455, 0.0598, 0.0577, 0.1118)$$

(4) محاسبه اندازه فاصله:

$$\text{فاصله گزینه } i \text{ ام از ایده ال مثبت } S_{i*} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^*)^2} \quad i = 1,2,3,4$$

$$S_{1*} = 0.0545$$

$$S_{2*} = 0.1197$$

$$S_{3*} = 0.0580$$

$$S_{4*} = 0.1009$$

$$\text{فاصله گزینه } i \text{ ام از ایده ال منفی } S_{i-} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^-)^2} \quad i = 1,2,3,4$$

$$S_{1-} = 0.0983$$

$$S_{2-} = 0.0439$$

$$S_{3-} = 0.0920$$

$$S_{4-} = 0.0458$$

(5) - محاسبه نزدیکی نسبی به راه حل ایده ال:

$$C_{1*} = \frac{S_{1-}}{S_{1*} + S_{1-}} = 0.643$$

$$C_{2*} = 0.268$$

$$C_{3*} = 0.613$$

$$C_{4*} = 0.312$$

6) رتبه بندی گزینه ها:

❖ براساس ترتیب نزولی C_i رتبه بندی گزینه ها به صورت زیر می شود:

A_1 و A_3 و A_4 و A_2

با تشکر از توجه شما